



**Бударин
Александр
Михайлович**

главный специалист,
Институт Гидропроект,
Москва, Российская
Федерация

e-mail:
alex.budarin01@gmail.com



**Ушаков
Олег
Юрьевич**

кандидат технических наук,
доцент, Институт
строительства
и архитектуры,
Уральский федеральный
университет им. первого
Президента России
Б.Н. Ельцина (УрФУ),
Екатеринбург,
Российская Федерация

e-mail:
ushakovoleg@yandex.ru



**Сабитов
Линар
Салихзанович**

доктор технических наук,
доцент, Институт дизайна
и пространственных
искусств,
ФГБОУ ВО «Казанский
(Приволжский) федераль-
ный университет», Казань,
Российская Федерация

e-mail: l.sabitov@bk.ru

УДК 69.07

DOI 10.25628/UNIIP.2025.64.1.029

БУДАРИН А.М., УШАКОВ О.Ю., САБИТОВ Л.С.

Численное исследование влияния масштабного эффекта на продавливание толстых железобетонных плит

С увеличением рабочей высоты конструкции ее абсолютная несущая способность растет, а относительная — падает. Подобное поведение является следствием масштабного энергетического эффекта. Данный фактор не учтен в методиках расчета железобетонных плит на продавливание ряда нормативных документов из-за отсутствия результатов испытаний толстых плит. Лабораторные испытания подобных конструкций сопряжены с высокими трудовыми и финансовыми затратами. Альтернативой может быть численное моделирование. Данная работа посвящена численному исследованию влияния масштабного эффекта.

Ключевые слова: продавливание, масштабный энергетический эффект, численное моделирование, железобетон, ANSYS.

Budarin A. M., Ushakov O. Yu., Sabitov L. S.

Numerical investigation of the size effect influence on punching shear capacity of thick reinforced concrete slabs

Increasing effective depth of the slab leads to the increase in its bearing capacity absolute value, while the relative value decreases. Such behavior is a consequence of the energetic size effect. This factor is not taken into account in the punching shear capacity calculation methods presented in some building codes due to the lack of test results for thick slabs. Laboratory tests of such structures are associated with high labor and financial costs. Numerical modeling can be an alternative. This paper is devoted to numerical study of the influence of size effect.

Keywords: punching shear, energetic size effect, numerical modeling, reinforced concrete, ANSYS.

Введение

Одним из факторов, оказывающих существенное влияние на механизм разрушения железобетонных плитных конструкций от продавливания, является энергетический масштабный эффект. В процессе стабильного роста трещины существует баланс между поверхностной энергией Γ (энергия, которую надо затратить на образование новой поверхности при продвижении трещины) и энергией U_E , высвобождаемой при образовании новой поверхности. Величина поверхностной энергии Γ пропорциональна длине трещины l . В то же время высвобождение энергии при образовании новых поверхностей происходит из некоторой области вокруг трещины и величина U_E пропорциональна квадрату ее длины l^2 . На Иллюстрации 1 представлено изменение энергий Γ и U_E .

После достижения определенной длины трещины величина U_E превышает Γ из-за более высокой скорости роста. В результате трещина производит больше энергии, чем потребляет, что выражается в ее лавинообразном росте, ве-

дущем к разрушению конструкции. Длина трещины, после достижения которой начинается лавинообразный рост деформаций, называется критической. Вследствие этого абсолютная величина критической длины трещины растет вместе с рабочей высотой конструкции, а ее относительная величина (относительно h_0) — падает. Подобная ситуация наблюдается и с ее несущей способностью.

Энергетический масштабный эффект учтен в методиках расчета на продавливание, представленных в ряде зарубежных нормативных документов, включающих Eurocode 2¹ и Model Code² 2010. Как правило, данный фактор учитывается с помощью эмпирической понижающей функции, использующей в качестве аргумента h_0 . Игнорирование его может привести к завышению реальной несущей способности конструкции.

1 EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. 2004.

2 Beverly P. FIB model code for concrete structures 2010. 2013.

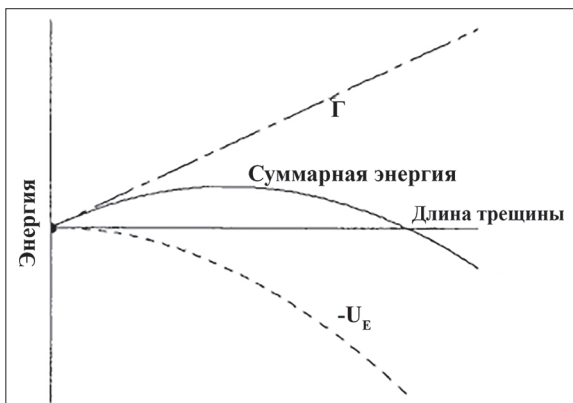


Иллюстрация 1. Баланс энергии при росте трещины [9]

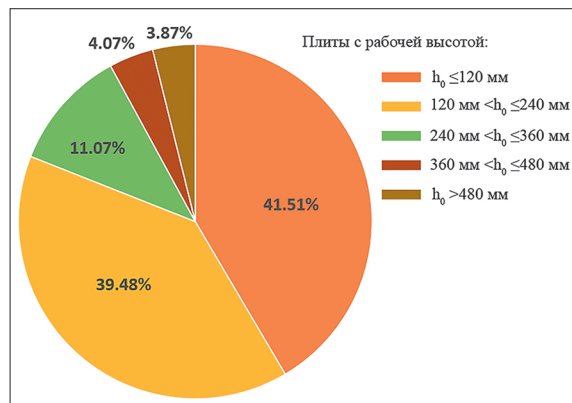


Иллюстрация 2. Процентное распределение плит в зависимости от рабочей высоты в рамках различных исследований. Автор А. М. Бударин

В отечественном нормативном документе СП 63.13330.2018³, а также в ACI 318–11⁴ данный фактор не нашел своего отражения. Согласно исследованию Н. Н. Коровина и А. Ю. Голубева [3], испытания, на основании которых строились расчетные методики, выполнялись на плитах с рабочей высотой 250 мм и менее, несмотря на то, что в конструкциях строительных объектов встречаются образцы с существенно большей рабочей высотой. Подобная ситуация является следствием высоких трудовых и финансовых затрат на испытание образцов с большой рабочей высотой. Данная проблема имеет актуальность и для мировой практики: плиты с рабочей высотой 480 мм и более составляют менее 4% от общего числа испытаний, проведенных в рамках различных исследований. На Иллюстрации 2 представлено распределение рабочей высоты плит, указанное в работах, посвященных исследованию влияния различных конструктивных параметров на механизм разрушения плиты от продавливания. Впоследствии результаты этих работ использовались для разработки различных расчетных методик, лежащих в основе нормативной документации. Проблема в том, что данные исследования выполнялись на конструкциях с малой рабочей высотой, что негативно влияет на точность методик в нормативной документации. Цель данной работы — выполнение численных испытаний для плит с большой рабочей высотой, ранее не представленных в результатах исследований.

На Иллюстрации 3 представлены результаты работ Н. Н. Коровина и А. Ю. Голубева [3] и К. К. L. Li [11], демонстрирующие влияние масштабного эффекта: зависимость относительной несущей способности плит от рабочей высоты h_0 . Для характеристики относительной несущей способности конструкции использовалась величина номинальных касательных напряжений τ_n (см. формулу (1)), нормализованных относительно прочности материала на одноосное растяжение R_{bt} :

$$\tau_n = \frac{F_{ult}}{u \cdot h_0}, \quad (1)$$

где F_{ult} — предельное продавливающее усилие воспринимаемой плитой; u — периметр расчетного контура на расстоянии $h_0/2$ от грани опоры; h_0 — рабочая высота конструкции. Более подробно явление масштабного

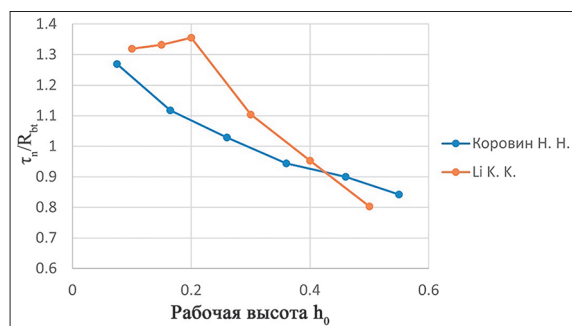


Иллюстрация 3. Зависимость относительной несущей способности, характеризуемой с помощью τ_n / R_{bt} , от рабочей высоты плиты. Автор А. М. Бударин

энергетического эффекта описано в статьях Z. Bažant и соавт. [5–7].

Описанная выше ситуация не позволяет достоверно судить о возможности применения той или иной расчетной методики для плит с большой рабочей высотой. Альтернативой лабораторным опытам могут служить численные испытания, выполненные методом конечных элементов с использованием нелинейных моделей материала. Нами проведено численное исследование влияния масштабного энергетического эффекта на несущую способность плитных конструкций при продавливании. Аналогичные исследования выполнялись в работах Z. Bažant, J. Planas и A. Donmez [7; 8] и P. Menetrey [12], но для конструкций с существенно меньшей рабочей высотой.

Численное исследование влияния масштабного энергетического эффекта на несущую способность плитных конструкций при продавливании

Исследование работы конструкции может быть выполнено с помощью численных испытаний, выполненных методом конечных элементов с использованием нелинейных моделей материала. Метод позволяет получить широкий спектр показателей, дающих возможность оценить состояние элементов конструкции в выбранный момент нагружения (напряженно-деформированное состояние, наличие и ширина раскрытия трещин и т. д.) и не требует высоких трудовых и финансовых затрат [12].

В данной статье приведены результаты испытания плит с рабочей высотой более 900 мм, ранее не представленные в исследованиях. Также получены данные о влиянии масштабного энергетического эффекта

3 СП 63.13330.2018. СНиП 52–01–2003. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М.: Минстрой России, 2018.

4 ACI 318, Building Code Requirements for Structural Concrete, ACI 318–11, American Concrete Institute, ACI Committee 318, 503 pp., Detroit, USA, 2011.

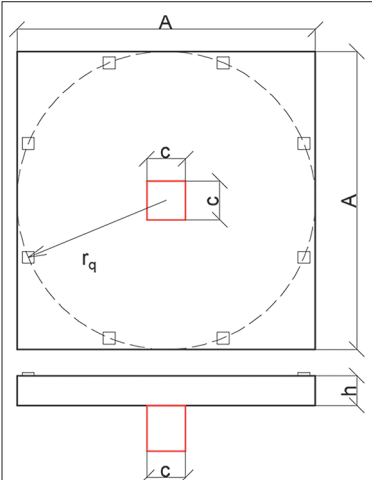


Иллюстрация 4. Геометрические параметры и схема нагружения образцов. Автор А. М. Бударин

Таблица 1. Геометрические параметры плит и физико-механические характеристики материалов

Размеры ($A \times A \times h$, мм)	Образец	h_0 , мм	B , МПа	μ , %	μ' , %	R_s , МПа
$3000 \times 3000 \times 250$ $c = 260, r_q = 1500$	PG-1	210	34.5	1.50	0.2	573
	PG-2b		50.6	0.25	0.2	552
	PG-4		40.3	0.25	0.2	541
	PG-5		36.6	0.33	0.2	555
	PG-10		35.6	0.33	0.2	577
	PG-11		39.4	0.75	0.2	570
$6000 \times 6000 \times 500$ $c = 520, r_q = 2850$	PG-3	456	40.5	0.33	0.2	520
$1500 \times 1500 \times 125$ $c = 130, r_q = 752$	PG-6	96	43.4	1.50	0	526
	PG-7	100	43.4	0.75	0	550
	PG-8	117	43.4	0.28	0	525
	PG-9	117	43.4	0.22	0	525

Обозначения: B — класс бетона; μ — процент продольного армирования растянутой зоны; μ' — процент продольного армирования сжатой зоны; R_s — предел текучести стали.

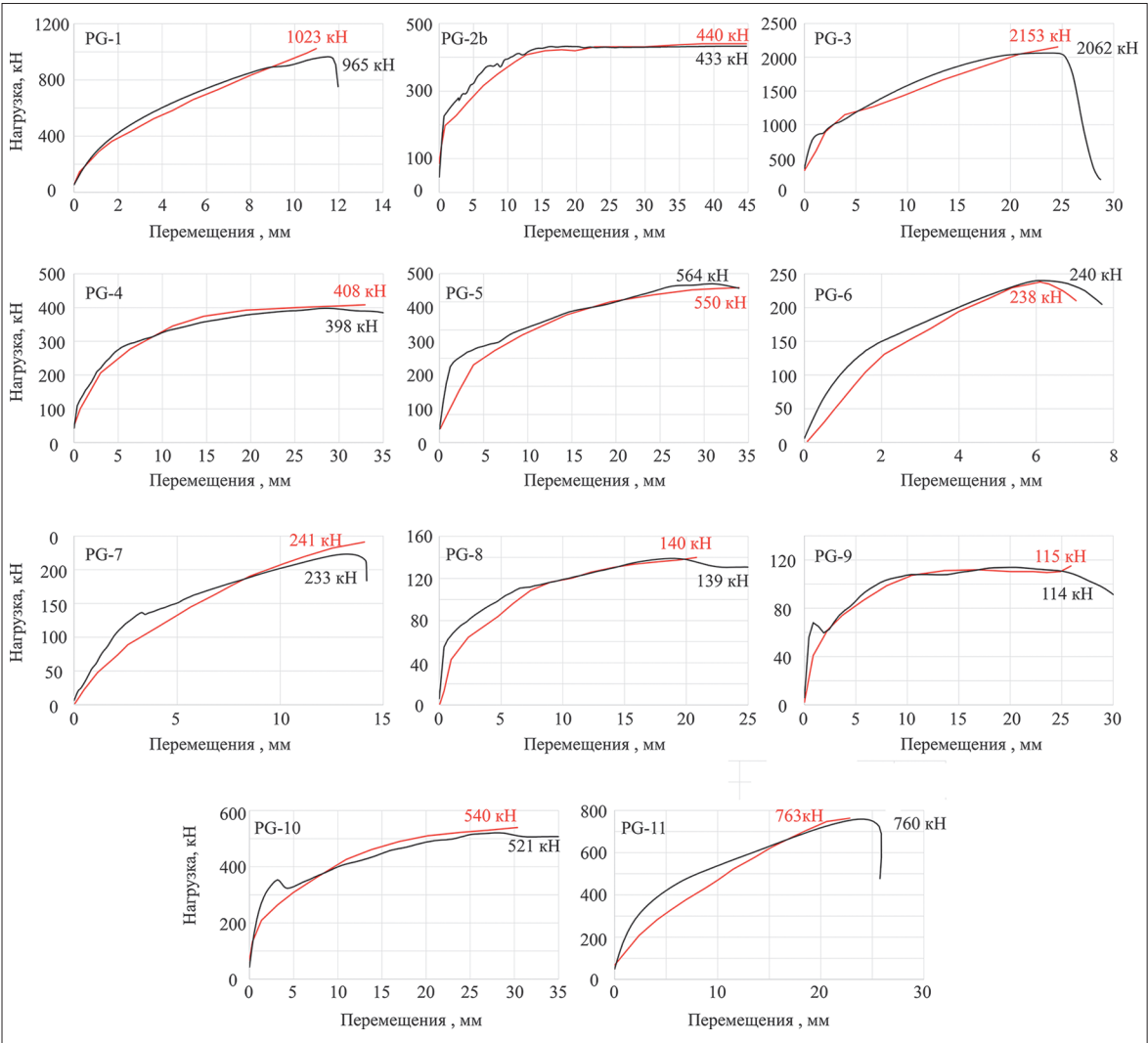


Иллюстрация 5. Сравнение графиков нагрузка — перемещения для численных и лабораторных образцов. Автор А. М. Бударин

для плит с различной рабочей высотой. В работах [1; 2; 4] представлено описание модели бетона, используемой для создания численной модели в данном исследовании. В качестве основы модель использует комбинацию тео-

рии пластического течения и механизма повреждений. Модель отражает основные особенности напряженно-деформированного состояния бетона: эффекты контракции и дилатации, зависимость предельной деформативности

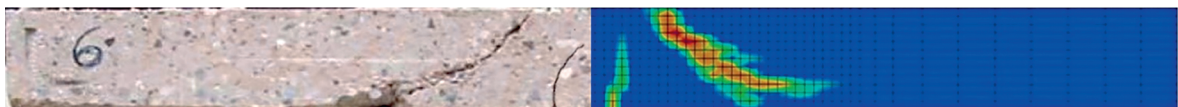


Иллюстрация 6. Картина трещинообразования образца PG-6 для лабораторного образца (слева) и численной модели (справа). Автор А. М. Бударин

бетона от вида напряженного состояния, изменение жесткости материала в рамках циклического и знакопеременного нагружения. Для моделирования процесса развития трещин в модели реализован энергетический подход, который наряду с нелокальным позволяет учитывать масштабный энергетический эффект [6]. Для моделирования стальной арматуры использовалась модель Мизеса с билинейным изотропным упрочнением. Перед выполнением численного исследования, для проверки корректности работы моделей материала, была выполнена их валидация путем сравнения результатов численных испытаний и лабораторных испытаний плит на продавливание, представленных в работе [10]. Схема нагружения образцов представлена на Иллюстрации 4.

В Таблице 1 содержатся параметры плит и физико-механические характеристики материалов.

На Иллюстрации 5 представлено сопоставление кривых нагрузка — перемещения образцов. На Иллюстрации 6 представлено сравнение картины трещинообразования образца PG-6. Красным цветом выделены результаты лабораторных испытаний, черным — результаты численных испытаний.

Полученные в результате численных испытаний графики нагрузка — перемещения, а также тип и характер разрушения имеют хорошее соответствие результатам лабораторных испытаний. Наличие образцов с разной рабочей высотой (от 96 до 456 мм) позволяет судить о корректности воспроизведения масштабного энергетического эффекта, являющегося целью исследования. Таким образом, можно заключить, что выбранные модели материала позволяют с достаточной точностью моделировать механизм разрушения плит на продавливание и могут быть использованы для решения поставленной задачи.

В рамках исследования было выполнено 20 численных образцов: 5 образцов без поперечного армирования, 15 образцов с поперечной арматурой, имеющих разную интенсивность поперечного армирования. Среди образцов с поперечной арматурой 5 имеют поперечную арматуру, обеспечивающую вклад в несущую способность плиты, составляющий 50% от вклада бетона согласно СП 63.13330.2018⁵, следующие 5 — вклад на уровне 75% от вклада бетона, последние 5 — вклад на уровне 100% от вклада бетона. Все образцы имели одинаковый процент армирования растянутой зоны $\mu = 1\%$, идентичный относительный пролет среза $r_\lambda = 6$ (расстояние от грани опоры до точки приложения нагрузки, деленное на рабочую высоту) и относительный размер опоры $u_0 = 6$ (периметр опоры, деленный на рабочую высоту). Рабочая высота образцов менялась от 0.3 до 1.5 м. Для всех образцов использовались характеристики бетона В25. Численные образцы выполнялись с учетом симметрии (см. Иллюстрацию 7). В Таблице 2 представлены геометрические характеристики образцов.

На Иллюстрациях 8–11 представлены результаты испытания плит с поперечной арматурой. На левой части рисунка изображены графики зависимости нагрузки F от перемещений w , на правой — зависимость нормали-

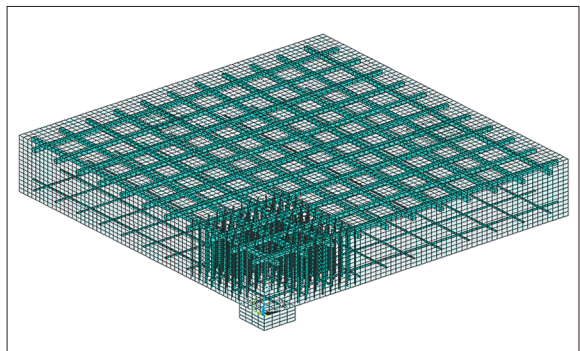


Иллюстрация 7. Пример конечно-элементной модели плиты. Автор А. М. Бударин

Таблица. 2. Значения параметров испытанных плит

№	h_0 , м	r_λ	u_0	μ , %	F_{sw}/F_b
1	0.3	6	6	1	0
2	0.6				0
3	0.9				0
4	1.2				0
5	1.5				0
6	0.3				0.5
7	0.6				0.5
8	0.9				0.5
9	1.2				0.5
10	1.5				0.5
11	0.3				0.75
12	0.6				0.75
13	0.9				0.75
14	1.2				0.75
15	1.5				0.75
16	0.3	6	6	1	1.00
17	0.6				1.00
18	0.9				1.00
19	1.2				1.00
20	1.5				1.00

зованных номинальных напряжений τ_n/R_{bt} от перемещений, нормализованных относительно рабочей высоты плиты w/h_0 . Результаты испытаний плит представлены в Таблице 3. Изменение величины τ_n/R_{bt} от рабочей высоты h_0 для численных опытов представлено на Иллюстрации 12.

На Иллюстрации 13 представлено сравнение результатов численных экспериментов с результатами, полученными с помощью различных нормативных методик расчета на продавливание.

Сравнение результатов, полученных с помощью различных методик, может быть выполнено на основании величины коэффициента детерминированности R^2 . Коэффициент детерминированности (R^2) является показателем соответствия математической модели данным лабораторных испытаний. Величина R^2 принимает значения от 0 до 1: чем ближе значение R^2 к 1, тем выше степень соответствия (2):

5 СП 63.13330.2018. СНиП 52–01–2003. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М.: Минстрой России, 2018.

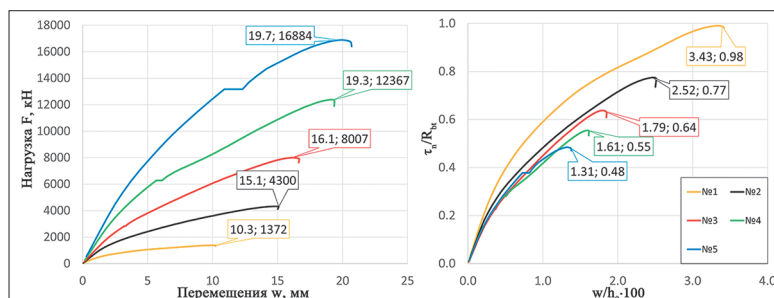


Иллюстрация 8. Результаты испытаний плит без поперечной арматуры.
Автор А. М. Бударин

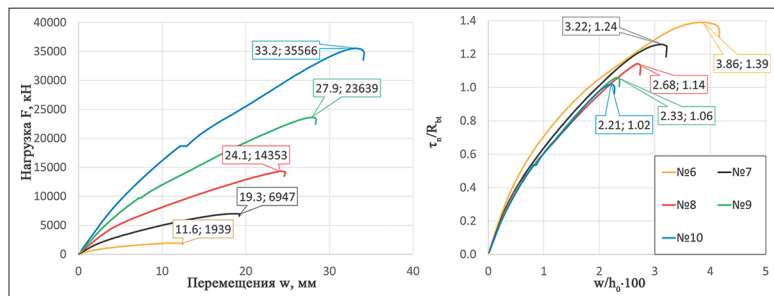


Иллюстрация 9. Результаты испытаний плит с поперечной арматурой при $F_{sw}/F_b = 0.5$. Автор А. М. Бударин

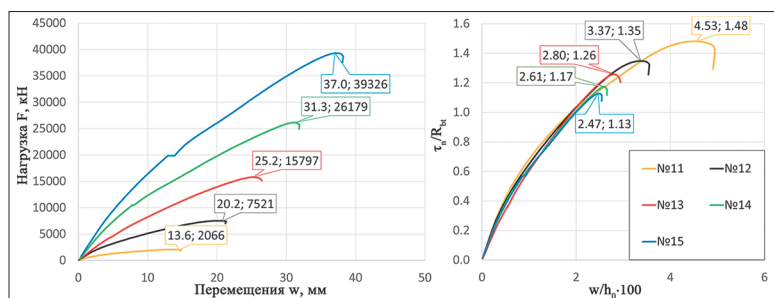


Иллюстрация 10. Результаты испытаний плит с поперечной арматурой при $F_{sw}/F_b = 0.75$. Автор А. М. Бударин

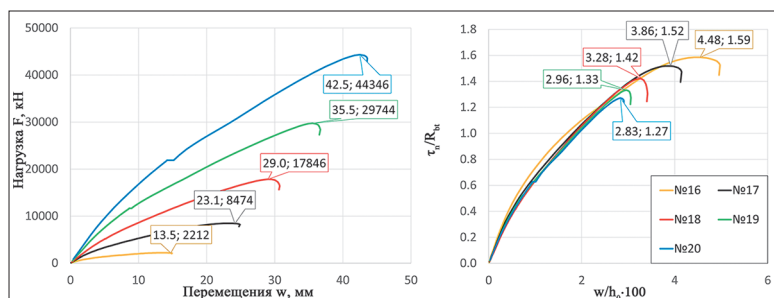


Иллюстрация 11. Результаты испытаний плит с поперечной арматурой при $F_{sw}/F_b = 1.00$. Автор А. М. Бударин

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (F_{num,i} - F_{calc,i})^2}{\sum_{i=1}^n (F_{num,i} - \overline{F_{num}})^2}, \quad (2)$$

где i — номер опыта (1...20); F_{num} — величина предельного продавливающего усилия, полученная в рамках численного опыта; F_{calc} — величина предельного продавливающего усилия, полученная с помощью расчетной методики.

В результате были получены следующие величины R^2 :

- СП 63.13330.2018⁶ : $R^2 = 0.26$;
- ACI 318–11⁷ : $R^2 = 0.30$;

6 СП 63.13330.2018. СНиП 52–01–2003. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М.: Минстрой России, 2018.

7 ACI 318, Building Code Requirements for Structural Concrete, ACI 318–11, American Concrete Institute, ACI Committee 318, 503 pp., Detroit, USA, 2011.

- Eurocode 2⁸ : $R^2 = 0.49$;
- Model Code 2010⁹ : $R^2 = 0.93$.

Заключение

Несмотря на то, что с увеличением рабочей высоты плиты ее несущая способность и предельная деформативность растут, величина нормализованных номинальных напряжений τ_n/R_{bt} и перемещения, нормализованные относительно рабочей высоты плиты w/h_0 , — падают. Подобное поведение можно объяснить влиянием масштабного энергетического эффекта. Уменьшение τ_n/R_{bt} с ростом h_0 зависит от интенсивности поперечной арматуры: для плит без поперечного армирования уменьшение τ_n/R_{bt} с ростом h_0 с 0.3 до 1.5 м составило 51.02%, для плит с $F_{sw}/F_b = 0.50$ изменение составило 26.62%, для плит с $F_{sw}/F_b = 0.75$ — 23.65%, для плит с $F_{sw}/F_b = 1.00$ — 20.13%. Уменьшение влияния масштабного энергетического эффекта при росте интенсивности поперечного армирования можно объяснить участием арматуры в уравнении энергетического баланса: поперечная арматура поглощает энергию и позволяет осуществлять стабильный рост магистральной трещины, формирующей пирамиду продавливания.

Сравнение результатов численного моделирования с величиной предельного продавливающего усилия, полученного с помощью различных расчетных методик, показало, что СП 63.13330.2018¹⁰ ($R^2 = 0.26$) и ACI 318–11¹¹ ($R^2 = 0.30$) значительно превышают реальную несущую способность плит из-за отсутствия учета в методиках масштабного энергетического эффекта. Более высокое соответствие данным наблюдается для Eurocode 2¹² ($R^2 = 0.49$). Согласно исследованию А. Donmez, P.Z. Bazant [8], функция учета масштабного эффекта некорректно отражает зависимость между вкладом бетона в несущую способность конструкции и величиной ее рабочей высоты, что приводит к завышению

8 EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1–1: General rules and rules for buildings. 2004.

9 Beverly P. FIB model code for concrete structures 2010. 2013.

10 СП 63.13330.2018. СНиП 52–01–2003. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М.: Минстрой России, 2018.

11 ACI 318, Building Code Requirements for Structural Concrete, ACI 318–11, American Concrete Institute, ACI Committee 318, 503 pp., Detroit, USA, 2011.

12 EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1–1: General rules and rules for buildings. 2004.

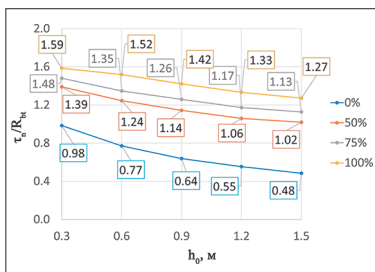


Иллюстрация 12. Изменение τ_n/R_{bt} в зависимости от величины h_0 для плит с разной интенсивностью поперечного армирования. Автор А. М. Бударин

Иллюстрация 13. Сравнение результатов численного моделирования с результатами, полученными с помощью различных расчетных методик: а — СП 63.13330.2018¹³; б — ACI 318–11¹⁴; с — Eurocode 2¹⁵; д — Model Code 2010¹⁶. Автор А. М. Бударин

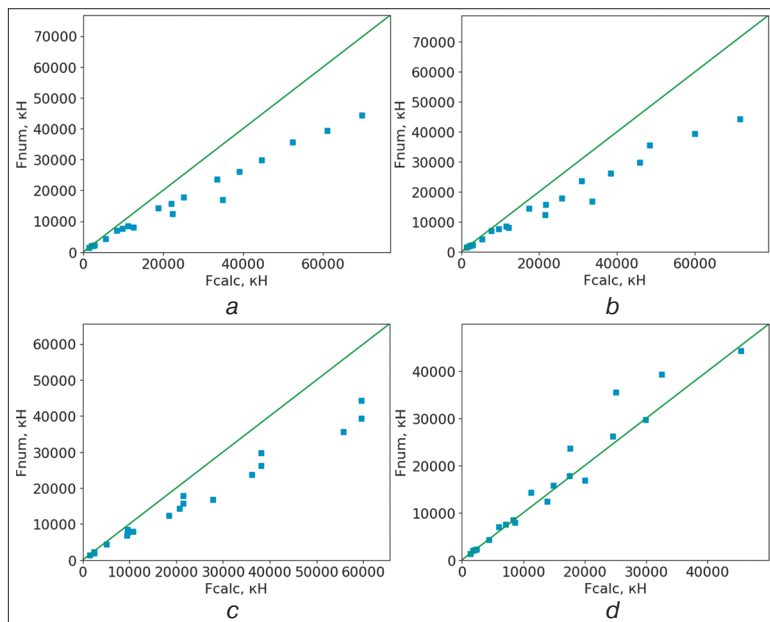


Таблица. 3. Сравнение результатов численных испытаний с результатами, полученными с помощью расчетных методик, представленных в различных нормативных документах

№	Численные опыты			$F_{спз}^{17}$, кН	F_{ACI}^{18} , кН	F_{EC2}^{19} , кН	F_{MC}^{20} , кН
	F_{num} , кН	τ_n/R_{bt}	Изм. τ_n/R_{bt} , %				
1	1372	0.98	51.02	1395	1342	1483	1374
2	4300	0.77		5580	5367	5151	4393
3	8007	0.64		12555	12075	10812	8616
4	12367	0.55		22320	21466	18396	13862
5	16884	0.48		34875	33541	27864	20022
6	1939	1.39	26.62	2092	1936	2385	1819
7	6947	1.24		8370	7745	9443	5977
8	14353	1.14		18832	17426	20664	11242
9	23639	1.06		33480	30980	36117	17643
10	35567	1.02		52312	48406	55773	25052
11	2066	1.48	23.65	2441	2401	2385	2069
12	7521	1.35		9765	9605	9539	7158
13	15797	1.26		21971	21611	21462	14888
14	26179	1.17		39060	38420	38154	24506
15	39325	1.13		61031	60031	59616	32556
16	2212	1.59	20.13	2790	2866	2385	2337
17	8474	1.52		11160	11465	9539	8274
18	17846	1.42		25110	25796	21462	17489
19	29744	1.33		44640	45860	38154	29890
20	44346	1.27		69750	71656	59616	45436

13 СП 63.13330.2018. СНиП 52–01–2003. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения.

14 ACI 318, Building Code Requirements for Structural Concrete, ACI 318–11. American Concrete Institute, ACI Committee 318, 503 pp., Detroit, USA, 2011.

15 EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1–1: General rules and rules for buildings. 2004.

16 Beverly P. FIB model code for concrete structures 2010.

17 СП 63.13330.2018. СНиП 52–01–2003. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М.: Минстрой России, 2018.

18 ACI 318, Building Code Requirements for Structural Concrete, ACI 318–11, American Concrete Institute, ACI Committee 318, 503 pp., Detroit, USA, 2011.

19 EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1–1: General rules and rules for buildings. 2004.

20 Beverly P. FIB model code for concrete structures 2010.

реальной несущей способности для плит с большой рабочей высотой. Наилучшее соответствие результатам численных данных достигается при использовании Model Code 2010²¹ ($R^2 = 0.93$).

Можно заключить, что отечественная методика СП 63.13330.2018²² требует модификации для учета масштабного энергетического эффекта. Более совершенная методика может быть получена на основании результатов опытных данных и текущего численного моделирования с помощью регрессионного анализа методом

21 Beverly P. FIB model code for concrete structures 2010. 2013.

22 СП 63.13330.2018. СНиП 52–01–2003. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М.: Минстрой России, 2018.

наименьших квадратов. Общая форма зависимости для отражения масштабного энергетического эффекта может быть сконструирована на основе выражения (1). Также стоит отметить, что численные испытания не могут быть полноценной альтернативой лабораторным испытаниям, поэтому актуальной является задача выполнения лабораторных испытаний плит с большой рабочей высотой на продавливание.

Список использованной литературы

- [1] Бударин А. М., Ремпель Г. И., Камзолкин А. А., Алехин В. Н. Деформационно-прочностная модель бетона с двойным независимым упрочнением // Вестн. МГСУ. — 2023. — № 18 (4). — С. 517–532: [сайт] — URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=53729170> (дата обращения: 20.01.2025).
- [2] Бударин А. М., Ремпель Г. И., Камзолкин А. А., Алехин В. Н. Деформационно-прочностная модель бетона с двойным независимым упрочнением и повреждением // Вестн. МГСУ. — 2024. — № 19 (4). — С. 527–543: [сайт] — URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=65676898> (дата обращения: 20.01.2025).
- [3] Коровин Н. Н., Голубев А. Ю. Продавливание толстых железобетонных плит // Бетон и железобетон. — 1989. — № 11. — С. 20–23: [сайт] — URL: https://science.totalarch.com/magazine/concrete/concrete_1989_11.pdf (дата обращения: 20.01.2025).
- [4] Ремпель Г. И., Бударин А. М., Долгих А. П. и др. Обзор и сравнительный анализ критериев прочности для моделирования нелинейного поведения бетона // Вестн. МГСУ. — 2024. — № 4. — С. 857–877: [сайт] — URL: <https://www.vestnikmgsu.ru/jour/article/view/287> (дата обращения: 20.01.2025).
- [5] Bažant Z., Cao Z. Size Effect in Punching Shear Failure of Slabs // ACI Structural Journal. — 1987. — № 84. — P. 44–53: [сайт] — URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/SIZE-EFFECT-IN-PUNCHING-SHEAR-FAILURE-OF-SLABS.-Ba%25%BEant-Cao/1ad79c629eb8ea398897172e75a7c57ae4d4c587> (дата обращения: 20.01.2025).
- [6] Bažant Z., Oh B. H. Crack band theory for fracture of concrete // Materials and Structures. — 1983. — № 16. — P. 155–177: [сайт] — URL: https://www.researchgate.net/publication/225111716_Crack_Band_Theory_for_Fracture_of_Concrete (дата обращения: 20.01.2025).
- [7] Bažant Z., Planas J. Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials. — Boca Raton: C. R. C., 1998. — 640 p.
- [8] Donmez A., Bažant P. Z. Size Effect on Punching Strength of Reinforced Concrete Slabs with and without Shear Reinforcement // ACI Structural Journal. — 2017. — № 114 (4). — P. 875–886: [сайт] — URL: https://www.researchgate.net/publication/316721612_Size_Effect_on_Punching_Strength_of_Reinforced_Concrete_Slabs_without_and_with_Shear_Reinforcement (дата обращения: 20.01.2025).
- [9] Energy Concepts for Crack Growth // Engineering Library. — URL: <https://engineeringlibrary.org/reference/fracture-mechanics-energy-concepts-for-crack-growth> (дата обращения: 20.01.2025).
- [10] Guandalini S., Burdet O., Muttoni A. Punching Tests of Slabs with Low Reinforcement Ratios // ACI Structural Journal. — 2008. — № 106 (1). — P. 87–95: [сайт] — URL: https://www.researchgate.net/publication/37468415_Punching_Tests_of_Slabs_with_Low_Reinforcement_Ratios (дата обращения: 20.01.2025).
- [11] Li K. K. L. Influence of size on punching shear strength of concrete slabs: master's thesis. — Montreal, McGill University, 2000. — 92 p.: [сайт] — URL: <https://escholarship.mcgill.ca/collection/theses/j6731581h> (дата обращения: 20.01.2025).
- [12] Menetrey P. Numerical analysis of punching failure in reinforced concrete structures: Ph. D. thesis, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne. — Lausanne, Switzerland, 1994. — 198 p.
- [2] Budarin A. M., Rempel' G. I., Kamzolkin A. A., Alekhin V. N. Deformacionno-prochnostnaya model' betona s dvoynym nezavisimym uprochneniem i povrezhdeniem // Vestn. MGSU. — 2024. — № 19 (4). — С. 527–543: [сайт] — URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=65676898> (дата обращения: 20.01.2025).
- [3] Korovin N. N., Golubev A. Yu. Prodavlivanie tolstykh zhelezobetonnykh плит // Beton i zhelezobeton. — 1989. — № 11. — С. 20–23: [сайт] — URL: https://science.totalarch.com/magazine/concrete/concrete_1989_11.pdf (дата обращения: 20.01.2025).
- [4] Rempel' G. I., Budarin A. M., Dolgih A. P. i dr. Obzor i sravnitel'nyy analiz kriteriev prochnosti dlya modelirovaniya nelinejnogo povedeniya betona // Vestn. MGSU. — 2024. — № 4. — С. 857–877: [сайт] — URL: <https://www.vestnikmgsu.ru/jour/article/view/287> (дата обращения: 20.01.2025).
- [5] Bažant Z., Cao Z. Size Effect in Punching Shear Failure of Slabs // ACI Structural Journal. — 1987. — № 84. — P. 44–53: [сайт] — URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/SIZE-EFFECT-IN-PUNCHING-SHEAR-FAILURE-OF-SLABS.-Ba%25%BEant-Cao/1ad79c629eb8ea398897172e75a7c57ae4d4c587> (дата обращения: 20.01.2025).
- [6] Bažant Z., Oh B. H. Crack band theory for fracture of concrete // Materials and Structures. — 1983. — № 16. — P. 155–177: [сайт] — URL: https://www.researchgate.net/publication/225111716_Crack_Band_Theory_for_Fracture_of_Concrete (дата обращения: 20.01.2025).
- [7] Bažant Z., Planas J. Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials. — Boca Raton: C. R. C., 1998. — 640 p.
- [8] Donmez A., Bažant P. Z. Size Effect on Punching Strength of Reinforced Concrete Slabs with and without Shear Reinforcement // ACI Structural Journal. — 2017. — № 114 (4). — P. 875–886: [сайт] — URL: https://www.researchgate.net/publication/316721612_Size_Effect_on_Punching_Strength_of_Reinforced_Concrete_Slabs_without_and_with_Shear_Reinforcement (дата обращения: 20.01.2025).

References

- [1] Budarin A. M., Rempel' G. I., Kamzolkin A. A., Alekhin V. N. Deformacionno-prochnostnaya model' betona s dvoynym nezavisimym uprochneniem // Vestn. MGSU. — 2023. — № 18 (4). — С. 517–532: [сайт] — URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=53729170> (дата обращения: 20.01.2025).

- [9] Energy Concepts for Crack Growth // Engineering Library. — URL: <https://engineeringlibrary.org/reference/fracture-mechanics-energy-concepts-for-crack-growth> (data obrashcheniya: 20.01.2025).
- [10] Guandalini S., Burdet O., Muttoni A. Punching Tests of Slabs with Low Reinforcement Ratios // ACI Structural Journal. — 2008. — № 106 (1). — P. 87–95: [sajt] — URL: https://www.researchgate.net/publication/37468415_Punching_Tests_of_Slabs_with_Low_Reinforcement_Ratios (data obrashcheniya: 20.01.2025).
- [11] Li K. K. L. Influence of size on punching shear strength of concrete slabs: master's thesis. — Montreal, McGill University, 2000. — 92 p.: [sajt] — URL: <https://escholarship.mcgill.ca/concern/theses/j6731581h> (data obrashcheniya: 20.01.2025).
- [12] Menetrey P. Numerical analysis of punching failure in reinforced concrete structures: Ph. D. thesis, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne. — Lausanne, Switzerland, 1994. — 198 p.

Статья поступила в редакцию 21.01.2025.
Опубликована 30.03.2025.

Budarin Alexander M.

Chief specialist, Hydroproject Institute, Moscow, Russian Federation
e-mail: alex.budarin01@gmail.com

Ushakov Oleg Yu.

Candidate of Technical Sciences, Assistant professor, Ural Federal University (UrFU), Institute of construction and architecture, Yekaterinburg, Russian Federation
e-mail: ushakovoleg@yandex.ru
ORCID ID: 0000000275143108

Sabitov Linar S.

Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russian Federation
e-mail: l.sabitov@bk.ru
ORCID: 000000017381975