



УДК 69.07 DOI 10.25628/UNIIP.2025.67.4.012

БУДАРИН А. М., РАГОЗИН Г. А., АЛЕХИН В. Н.

Совершенствование методики расчета железобетонных плит на продавливание при действии несбалансированного изгибающего момента

Бударин Александр Михайлович

главный специалист, Институт Гидропроект, Москва, Российская Федерация

e-mail: alex.budarin01@gmail.com



Рагозин Георгий Алексеевич

аспирант, Уральский федеральный университет (УрФУ), Институт строительства и архитектуры, Екатеринбург, Российская Федерация

e-mail: g.ragozin1@gmail.com



Алехин Владимир Николаевич

кандидат технических наук, заведующий кафедрой, Уральский федеральный университет (УрФУ) им. первого Президента России Б. Н. Ельцина, Екатеринбург, Российская Федерация

e-mail: referetsf@yandex.ru

Наличие несбалансированного изгибающего момента в узле сопряжения железобетонной плиты и колонны вызывает дополнительные касательные напряжения в приопорной области плиты, которые влияют на несущую способность плиты при продавливании. Методика расчета железобетонных плит на продавливание, представленная в нормативном документе СП 63.13330.2018, не учитывает ряд ключевых факторов, оказывающих существенное влияние на несущую способность плиты. Актуальной является задача совершенствования нормативной методики расчета железобетонных плит на продавливание при совместном действии сосредоточенной силы и несбалансированного изгибающего момента. В работе представлен вариант модификации расчетной методики, отражающий основные факторы, влияющие на несущую способность конструкции при продавливании, и имеющий более высокую степень соответствия результатам опытов по сравнению с нормативной методикой.

Ключевые слова: железобетон, плита, продавливание, масштабный эффект, поперечное армирование, несбалансированный изгибающий момент.

Budarin A. M., Ragozin G. A., Alekhin V. N. Improving punching shear design method for reinforced concrete slabs with unbalanced bending moment

The presence of an unbalanced bending moment causes additional stresses in the slab-column connection, influencing the punching shear capacity of the slab. The punching shear design method, presented in the building code SP 63.13330.2018, does not account for several important factors that significantly influence on the bearing capacity of the slab. Therefore, improving the code-based method for calculating punching shear capacity of reinforced concrete slabs under the combined action of a concentrated force and an unbalanced bending moment is a relevant task. This paper presents a modification of the design method that reflects the main factors influencing the load-bearing capacity of the structure under punching shear and exhibits a higher degree of correlation with experimental results compared to the code-based method.

Keywords: reinforced concrete, slab, punching shear, size effect, shear reinforcement, unbalanced bending moment.

Введение

В узлах сопряжения вертикальных и плитных железобетонных конструкций, где значительное усилие сконцентрировано на относительно небольшой площади опоры, возможно разрушение плиты от продавливания. Особенностью данного механизма разрушения является формирование и выделение из тела плиты пространственной поверхности разрушения, называемой пирамидой продавливания. Зачастую в узле опора — плита присутствует несбалансированный изгибающий момент M , вызывающий дополнительные касательные напряжения, действующие в приопорной области плиты. На Иллюстрации 1 представлены

эпюры касательных напряжений, вызванные разницей в продольной силе ($F = F_1 - F_2$) и изгибающем моменте ($M = M_1 - M_2$) на колоннах выше и ниже плиты.

Согласно положениям нормативного документа СП 63.13330.2018¹, оценка несущей способности железобетонной плиты на продавливание при совместном действии сосредоточенной силы F и изгибающих моментов M_x, M_y может быть выполнена на основании выражений (1) — (6):

¹ СП 63.13330.2018. СНиП 52-01-2003. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М.: Минстрой России, 2018.

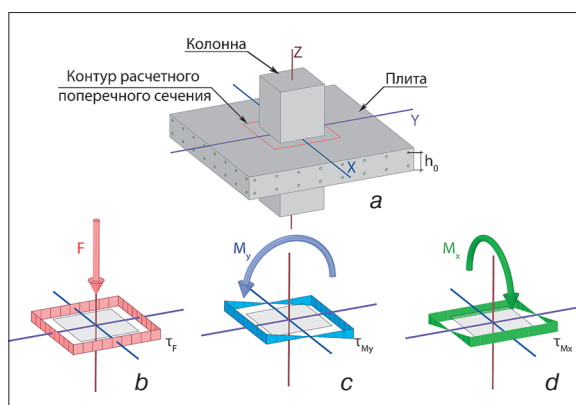


Иллюстрация 1. Схематическое представление узла колонна — плита (а), эпюры касательных напряжений τ вдоль контура расчетного поперечного сечения от действия силы F (b), изгибающего момента вдоль оси y — M_y (c), изгибающего момента вдоль оси x — M_x (d). Автор А. М. Бударин

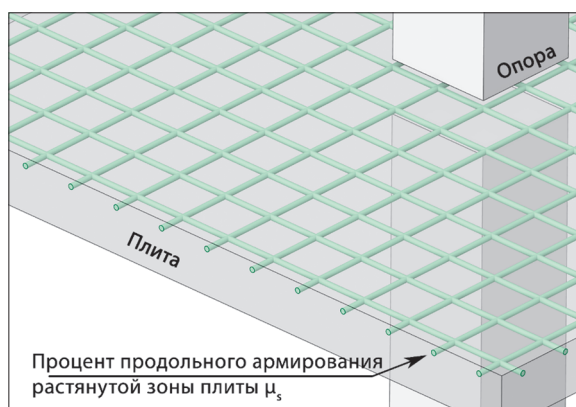


Иллюстрация 2. Процент продольного армирования плиты μ_s . Автор А. М. Бударин

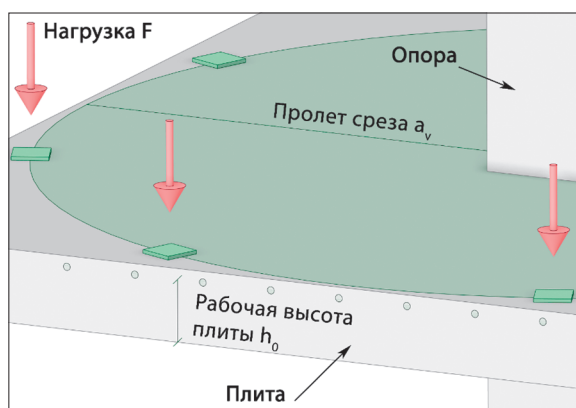


Иллюстрация 3. Относительный пролет среза плиты a_v/h_0 . Автор А. М. Бударин

$$\frac{F}{F_{b,ult} + F_{sw,ult}} + \frac{M_x}{M_{bx,ult} + M_{sw,x,ult}} + \frac{M_y}{M_{by,ult} + M_{sw,y,ult}} \leq 1 \quad (1)$$

$$\frac{M_x}{M_{bx,ult} + M_{sw,x,ult}} + \frac{M_y}{M_{by,ult} + M_{sw,y,ult}} \leq 0.5 \cdot \frac{F}{F_{b,ult} + F_{sw,ult}} \quad (2)$$

$$F_{b,ult} = R_{bt} \cdot u \cdot h_0, \quad (3)$$

$$F_{sw,ult} = 0.8 \cdot q_{sw} \cdot u, \quad (4)$$

$$M_{bx(y),ult} = R_{bt} \cdot W_{bx(y)} \cdot h_0, \quad (5)$$

$$M_{sw,ult} = 0.8 \cdot q_{sw} \cdot W_{sw}, \quad (6)$$

где $F_{b,ult}$, $M_{bx,ult}$, $M_{by,ult}$ — предельные сосредоточенные сила и изгибающие моменты, воспринимаемые бетоном расчетного сечения при их раздельном действии; $F_{sw,ult}$, $M_{sw,x,ult}$, $M_{sw,y,ult}$ — предельные сосредоточенные сила и изгибающие моменты, воспринимаемые поперечной арматурой при их раздельном действии; h_0 — рабочая высота плиты; u — периметр контура расчетного поперечного сечения, расположенного на расстоянии $h_0/2$ от грани опоры; R_{bt} — прочность бетона на одноосное растяжение; q_{sw} — усилие в поперечной арматуре на единицу длины контура расчетного поперечного сечения; $W_{bx(y)}$, W_{sw} — моменты сопротивления расчетного контура и поперечной арматуры соответственно. При этом в условиях (1) и (2) суммы $F_{b,ult} + F_{sw,ult}$, $M_{bx,ult} + M_{sw,x,ult}$, $M_{by,ult} + M_{sw,y,ult}$ принимают не более $2 \cdot F_{b,ult}$, $2 \cdot M_{bx,ult}$ и $2 \cdot M_{by,ult}$ соответственно. Данное ограничение связано с возможностью разрушения плиты с поперечной арматурой по грани опоры. Введение условия (2) связано с тем, что часть несбалансированного момента на опоре воспринимается расчетным контуром, расположенным вдоль пирамиды продавливания, а другая часть — нормальным сечением плиты [5]. Согласно выводам работы [20] (результаты исследования представлены в работе [34]), доля несбалансированного момента, воспринимаемого расчетным контуром, составляет от 40 до 60% от суммарного значения и зависит от геометрии расчетного контура и опоры.

Согласно результатам работы [2], расчетная методика, описанная в рамках уравнений (1) — (6), не учитывает ряд факторов, оказывающих существенное влияние на несущую способность конструкции:

- Увеличение процента продольного армирования растянутой зоны плиты μ_s ведет к росту несущей способности конструкции на продавливание [1]. Рост несущей способности обусловлен увеличением эффективности передачи сдвиговых усилий с помощью остаточных нормальных напряжений и сил зацепления в магистральной трещине, формирующей пирамиду продавливания, а также увеличением высоты сжатой зоны бетона плиты над трещиной [14]. Расположение армирования растянутой зоны плиты представлено на Иллюстрации 2.

- Уменьшение величины пролета среза плиты a_v относительно рабочей высоты h_0 ведет к увеличению несущей способности конструкции на продавливание. Это связано с образованием поля сжимающих напряжений между опорой и точкой приложения нагрузки. Наиболее интенсивный рост несущей способности наблюдается при $a_v/h_0 \leq 4$ [26] (результаты исследования представлены в работе [24]). В то же время при увеличении a_v/h_0 наблюдается снижение несущей способности, связанное с уменьшением эффективности передачи сдвиговых усилий с помощью остаточных нормальных напряжений и сил зацепления [16]. Относительный пролет среза плиты представлен на Иллюстрации 3.

- Увеличение периметра опоры u_0 относительно рабочей высоты плиты h_0 ведет к увеличению концентрации напряжений в углах прямоугольной в плане опоры, негативно влияющей на несущую способность плиты. Таким образом, при увеличении u_0 абсолютная величина несущей способности конструкции увеличивается в результа-

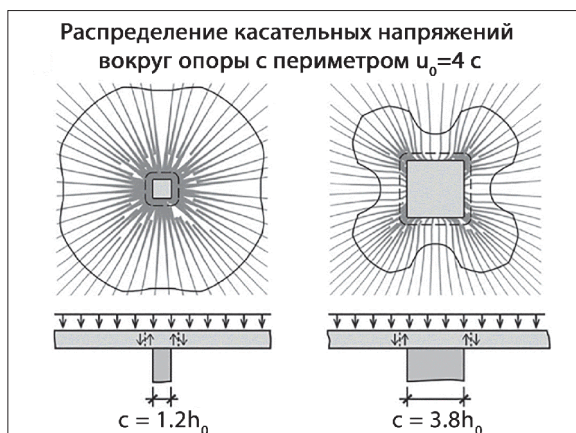


Иллюстрация 4. Распределение касательных напряжений в плите вокруг опор с разным соотношением u_0/h_0 . Источник: [17]

те роста длины периметра расчетного контура, а относительная (относительно u_0/h_0) — уменьшается [3; 17].

- Влияние масштабного энергетического эффекта приводит к тому, что с ростом рабочей высоты плиты h_0 абсолютная величина продавливающего усилия F_{ult} , воспринимаемого конструкцией, увеличивается, а относительная (относительно h_0) — уменьшается [6; 15].

- Согласно результатам работ [9; 25], тип и эффективность анкеровки поперечной арматуры влияют на несущую способность плиты с поперечной арматурой при ее разрушении от продавливания по грани опоры. Менее эффективная анкеровка обеспечивает более низкую несущую способность.

Отсутствие учета данных факторов негативно влияет на точность и надежность расчетной методики. Таким образом, актуальной является задача совершенствования методики расчета железобетонных плит на продавливание, представленной в СП 63.13330.2018.

Модификация методики расчета плит на продавливание

Для модификации расчетной методики могут быть использованы зависимости, полученные в рамках работы [2]. Модифицированная методика, учитывающая влияние изгибающего момента на несущую способность плиты, может быть описана с помощью выражений (7) — (14):

$$\frac{F}{F_{b,ult} + F_{sw,ult}} + \frac{M_x}{M_{bx,ult} + M_{sw,x,ult}} + \frac{M_y}{M_{by,ult} + M_{sw,y,ult}} \leq 1, \quad (7)$$

$$\frac{M_x}{M_{bx,ult} + M_{sw,x,ult}} + \frac{M_y}{M_{by,ult} + M_{sw,y,ult}} \leq 0.5 \cdot \frac{F}{F_{b,ult} + F_{sw,ult}}, \quad (8)$$

$$F_{b,ult} = \tau_n \cdot u \cdot h_0, \quad (9)$$

$$\tau_n = R_{bt} \cdot \alpha \cdot f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot f_4 = R_{bt} \cdot \alpha \cdot \left(\frac{3 R_s \cdot \mu_s}{2 R_b} \right)^{1/3} \cdot \left(\frac{a_v}{h_0} \right)^{-1/4} \cdot \left(\frac{c}{h_0} \right)^{-1/5} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + h_0/d_0 \cdot k}}, \quad (10)$$

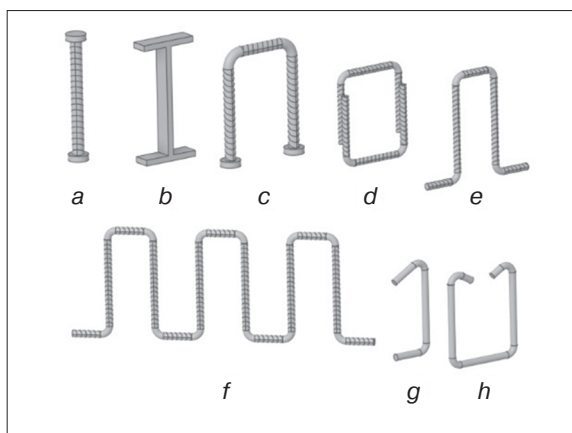


Иллюстрация 5. Типы поперечной арматуры: а — поперечная арматура с высаженной головкой; б — поперечная арматура, сформированная из обрезков металлоконструкций; в — хомуты с высаженными головками; д-г — открытые и закрытые хомуты различной конфигурации. Источник: [2]

$$k = \begin{cases} 1, & \text{если } a_v / h_0 \geq 1.5 \\ 7 - 4 \cdot a_v / h_0, & \text{если } 0.5 \leq a_v / h_0 < 1.5, \\ 5, & \text{если } a_v / h_0 < 0.56 \end{cases} \quad (11)$$

$$F_{sw,ult} = 0.8 \cdot q_{sw} \cdot u \cdot \left(\frac{c}{h_0} \right)^{-1/5}, \quad (12)$$

$$M_{bx(y),ult} = \tau_n \cdot W_{bx(y)} \cdot h_0, \quad (13)$$

$$M_{sw,ult} = 0.8 \cdot q_{sw} \cdot W_{sw} \cdot \left(\frac{c}{h_0} \right)^{-1/5}, \quad (14)$$

где R_s — предел текучести продольной арматуры растянутой зоны плиты; α_s — процент продольного армирования растянутой зоны плиты (принимается не более 2%); R_b — призменная прочность бетона плиты на одноосное сжатие; a_v — расстояние от грани опоры до точки изменения знака радиального изгибающего момента в плите (для отдельно стоящих фундаментов принимается равной расстоянию от опоры до края фундамента, в остальных случаях может быть принята равной $0.22 \cdot L$, где L — пролет плиты); c — параметр, принимаемый равным $\pi \cdot d$ для круглых опор (d — диаметр опоры) и $4 \cdot c_{\max} \leq 16 \cdot c_{\min}$ для остальных видов опор (c_{\max} и c_{\min} — размеры наиболее длинной и короткой сторон опоры в плане соответственно); d_0 — переходный размер, принимаемый равным 0.1 м; k — функция, отражающая уменьшение влияния масштабного энергетического эффекта для конструкций с малым пролетом среза (теоретически данная функция должна возрастать при $a_v/h_0 < 0.5$ [11]. Однако из-за отсутствия достаточного количества результатов испытаний плит с $a_v/h_0 < 0.5$ было принято решение ограничить значение k); α — коэффициент, принимаемый равным 1 — для тяжелого бетона, 0.85 — для мелкозернистого бетона, 0.8 — для легкого бетона; q_{sw} — усилие в поперечной арматуре на единицу длины контура расчетного поперечного сечения. Величина q_{sw} определяется в зависимости от распределения поперечной арматуры вокруг опоры в соответствии с данными отчета [4]. В условиях (7) и (8) суммы $F_{b,ult} + F_{sw,ult}$, $M_{bx,ult} + M_{sw,x,ult}$, $M_{by,ult} + M_{sw,y,ult}$ принимают не более $C \cdot F_{b,ult}$, $C \cdot M_{bx,ult}$ и $C \cdot M_{by,ult}$ соответственно, где C — коэффициент, зависящий от типа поперечного армирования и принимаемый равным 2 для типов поперечной арматуры а-с согласно Иллюстрации 2 и 1.5 для типов поперечной арматуры д-г согласно Иллюстрации 5.

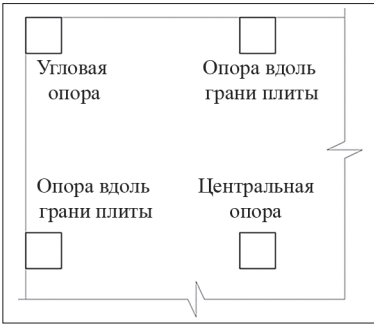


Иллюстрация 6. Расположение моделируемых узлов на плане плиты перекрытия. Автор А. М. Бударин

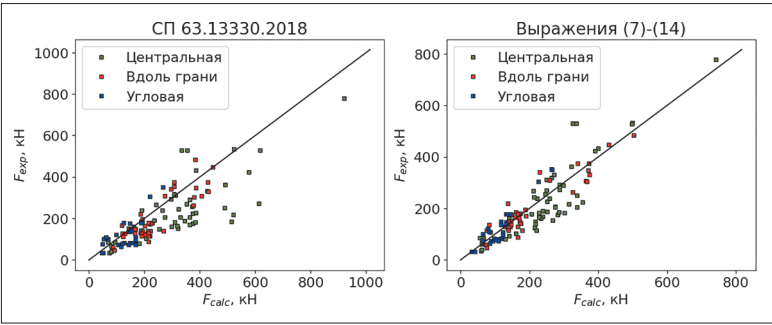


Иллюстрация 7. Сопоставление величины предельного продавливающего усилия, полученного в рамках лабораторных испытаний (F_{exp}) и с помощью расчетных методик (F_{calc}). Автор А. М. Бударин

Оценка точности расчетных методик

Оценка точности расчетной методики может быть выполнена путем сравнения величины продавливающего усилия F_{exp} , полученного в рамках лабораторных испытаний, с величиной F_{calc} , полученной с помощью расчетной методики. Оценка точности расчетной методики, представленной в СП 63.13330.2018, а также в модификации, описанной с помощью выражений (7) – (14) для плит, нагруженных исключительно сосредоточенной силой, представлена в статье [2].

В рамках данной работы выполняется оценка точности для плит, испытание которых выполнялось при совместном действии сосредоточенной силы и изгибающего момента. Оценка точности может быть выполнена путем сопоставления величины несущей способности, полученной в рамках лабораторных испытаний и с помощью расчетной методики. Для выполнения данной задачи собрана выборка лабораторных испытаний железобетонных плит на продавливание, включающая 146 образцов из работ [7; 13; 16; 22; 24; 33; 35; 36], а также работ [8; 10; 12; 18; 19; 21; 23; 27; 28–31; 37; 38] (результаты которых детально описаны в [34] и [32]). Работы, описывающие результаты лабораторных испытаний, выполнены различными авторами и охватывают широкий временной период, что дает возможность уменьшить статистическую предвзятость выборки. Отсутствие кардинальных изменений в технологии испытания и фиксации предельного продавливающего усилия образцов начиная со второй половины XX в. позволяет сделать вывод об актуальности этих исследований и включить их в выборку. Таким образом, весь список литературы можно разделить на исследования, касающиеся методики испытаний, и на исследования, из которых были взяты результаты лабораторных испытаний. Практически все методические исследования можно отнести к современному.

Для оценки точности методики использовались следующие статистические показатели:

- Коэффициент детерминации (R^2) является показателем соответствия математической модели данным лабораторных испытаний. Величина R^2 принимает значения от 0 до 1: чем ближе значение R^2 к 1, тем выше степень соответствия.
- Коэффициент вариации (Coefficient of Variation – CV) является показателем стабильности вычислений и характеризует относительную меру отклонения измеренных значений от среднего арифметического. Чем ближе величина CV к нулю, тем стабильнее результаты.

Все образцы были разделены в зависимости от положения моделируемого узла плиты – опора: центральное расположение, вдоль грани плиты, угловая опоры (Иллюстрация 6).

Таблица 1. Геометрические параметры плит и физико-механические характеристики материалов

Методика	СП 63.13330.2018			Выражения (7) – (14)		
Расположение узла	Ц	Г	У	Ц	Г	У
R^2	0.15	0.67	0.44	0.75	0.85	0.75
CV	0.36	0.26	0.46	0.29	0.25	0.26

Условные обозначения: Ц — центральное расположение опоры; Г — расположение опоры вдоль грани; У — угловая опора.

На Иллюстрации 7 представлено сопоставление величины предельного продавливающего усилия F_{exp} , полученного в рамках лабораторных испытаний, и величины F_{calc} , полученной с помощью рассматриваемых расчетных методик. В Таблице 1 представлены величины R^2 и CV , полученные на основании сопоставления величин F_{exp} и F_{calc} .

На основании полученных результатов (величин R^2 и CV) можно заключить, что модифицированная методика расчета железобетонных плит на продавливание обеспечивает более высокую степень совпадения с результатами опытных данных для плит, нагружение которых выполнялось при совместном действии сосредоточенной силы и изгибающего момента.

Заключение

В статье представлена модификация методики расчета железобетонных плит на продавливание из нормативного документа СП 63.13330.2018 при совместном действии сосредоточенной силы и изгибающего момента. Модификация отражает влияние ряда ключевых факторов на несущую способность плиты: процента продольного армирования растянутой зоны плиты относительного пролета среза, размера и формы опоры, масштабного энергетического эффекта и типа поперечного армирования и сохраняет основную логику расчета, используемую в оригинальной расчетной методике. На основании полученных статистических показателей (R^2 , CV) можно заключить, что представленная модификация имеет более высокую степень соответствия опытным данным по сравнению с расчетной методикой из СП 63.13330.2018.

Список использованной литературы

[1] Болгов А. Н. Работа узлов сопряжения колонн из высокопрочного бетона с перекрытием в монолитных зданиях с рамно-связевой системой: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. — М., 2005. — 152 с.

[2] Бударин А. М., Ушаков О. Ю., Сабитов Л. С. и др. Методика расчета плит на продавливание, построенная с использованием регрессионного анализа // Вестн.

- МГСУ. — 2025. — № 20. — С. 867–887: [сайт] — URL: <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2025.6.867-887> (дата обращения: 08.11.2025).
- [3] Галютдинов З.Ш. Влияние конструктивных параметров узла сопряжения плиты и колонны на прочность железобетонных плит при продавливании: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. — Казань, 2022. — 208 с.
 - [4] Залесов А. С., Чистяков Е. А., Махно А. С. Научно-технический отчет по теме: «Разработка методики расчета и конструирования монолитных железобетонных безбалочных перекрытий, фундаментных плит и ростверков на продавливание». — М.: ГУП НИИЖБ, 2002. — 55 с.: [сайт] — URL: <http://www.stroiznania.ru/data/documents/Zalesov-A. S.-NTO-po-raschetu-monolitnyh-ZhB-perekrytiy-na-prodavlivanie-2002.pdf> (дата обращения: 08.11.2025).
 - [5] Кодыш Э. Н., Никитин И. К., Трекин Н. Н. Расчет железобетонных конструкций из тяжелого бетона по прочности, трещиностойкости и деформациям. — М.: Изд-во АСВ, 2011. — 356 с.
 - [6] Коровин Н. Н., Голубев А. Ю. Продавливание толстых железобетонных плит // Бетон и железобетон. — 1989. — № 11. — С. 20–23.
 - [7] Сокуров А. З. Продавливание плоских железобетонных плит, усиленных поперечной арматурой: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. — М., 2015. — 155 с.
 - [8] Andersson J. L. Punching of slabs supported on columns at free edges // Nordisk Betong. — 1966. — № 2. — P. 179–200².
 - [9] Andrä H. P., Dilger W. H., Ghali A. Durchstanzbewehrung für Flachdecken // Beton- und Stahlbetonbau. — 1979. — № 74. — P. 129–132: [сайт] — URL: <https://doi.org/10.1002/best.197900230> (дата обращения: 08.11.2025).
 - [10] Anis N. N. Shear strength of reinforced concrete flat slabs without shear reinforcement: Ph. D. thesis, University of London. — London, United Kingdom, 1970. — 265 p.
 - [11] Bazant P. Z., Pfeiffer A. P. Determination of Fracture Energy from Size Effect and Brittleness Number // ACI Materials journal. — 1987. — № 84. — P. 463–480: [сайт] — URL: <http://www.civil.northwestern.edu/people/bazant/PDFs/Papers/226.pdf> (дата обращения: 08.11.2025).
 - [12] Brändli W., Müller F., Thürlimann B. Durchstanzen von Flachdecken bei Rand — und Eckstützen. Bericht Nr. 7305–4. Institut für Baustatik und Konstruktion, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich (ETHZ). — Zürich, 1982. — 145 p.
 - [13] de Pina Ferreira M., Oliveira M. H., Melo G. S. Tests on the punching resistance of flat slabs with unbalanced moments // Engineering Structures. — 2019. — № 196. — P. 1–13: [сайт] — URL: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109311> (дата обращения: 08.11.2025).
 - [14] Dilger W., Birkle G., Mitchell D. Effect of Flexural Reinforcement on Punching Shear Resistance // American Concrete Institute. — Oct. 2005. — Vol. 232. — P. 57–74: [сайт] — URL: <https://scispace.com/papers/effect-of-flexural-reinforcement-on-punching-shear-6m5q08y5fc> (дата обращения: 08.11.2025). — DOI: 10.14359/14936
 - [15] Donmez A., Bazant P. Z. Size Effect on Punching Strength of Reinforced Concrete Slabs with and without Shear Reinforcement // No. 81. Punching shear of structural concrete slabs. Technical Report. — P. 23–35: [сайт] — URL: <http://doi.org/10.35789/fib.BULL.0081>. Ch02 (дата обращения: 08.11.2025).
 - [16] Einpaul J. Punching strength of continuous flat slabs: Ph. D. thesis, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne. — Lausanne, Switzerland, 2016. — 209 p.: [сайт] — URL: https://ibeton.epfl.ch/Publications/Theses/Einpaul/These_EPFL_6928_Einpaul.pdf (дата обращения: 08.11.2025).
 - [17] Einpaul J., Bujnak J., Fernández Ruiz M., Muttoni A. Study on Influence of Column Size and Slab Slenderness on Punching Strength // ACI Structural Journal. — 2016. — № 113. — P. 135–145. — DOI: 10.14359/51687945
 - [18] Eistner R. C., Hognestad E. Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs // J. of the American Concrete Institute. — 1956. — Vol. 53. — P. 29–58: [сайт] — URL: <http://doi.org/10.14359/11501> (дата обращения: 08.11.2025).
 - [19] Hammil N., Ghali A. Punching shear resistance of corner slab-column connections // ACI Structural Journal. — 1994. — Vol. 91. — Iss. 6. — P. 697–707: [сайт] — URL: <https://www.concrete.org/publications/internationalconcreteabstractsportal.aspx?m=details&ID=1502> (дата обращения: 08.11.2025). — URL: <http://doi.org/10.14359/1502> (дата обращения: 08.11.2025).
 - [20] Hanson N. W., Hanson J. M. Shear and Moment Transfer between Concrete Slabs and Columns // The Portland Cement Association. — 1968. — № 10. — P. 2–16.
 - [21] Hawkins N. M., Bao A., Yamazaki J. Moment Transfer from Concrete Slabs to Columns // ACI Structural Journal. — 1989. — № 86. — P. 705–716. — DOI: 10.14359/2752
 - [22] Hegger J., Tuchlinski D. Zum Durchstanzen von Flachdecken — Einfluß der Momenten-Querkraft Interaktion und der Vorspannung // Beton- und Stahlbetonbau. — 2006. — № 101. — P. 742–752: [сайт] — URL: <https://doi.org/10.1002/best.200600508> (дата обращения: 08.11.2025).
 - [23] Ingvarsson H. Experimentellt studium av betongplattor understödda av hörnpelare Institutionen för Byggnadsstatik. — Stockholm: Meddelande (Vol. 111). Meddelande. Kunglia Tekniska Högskolan, 1974. — 28 p.
 - [24] Kruger G. Résistance au poinçonnement excentré des planchers-dalles. Ph. D. thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne. — Lausanne, Switzerland, 1999: [сайт] — URL: <https://ibeton.epfl.ch/publications/199x/Krueger99a.pdf> (дата обращения: 08.11.2025).
 - [25] Lips S. Punching of Flat Slabs with Large Amounts of Shear Reinforcement: Ph. D. thesis, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne. — Lausanne, Switzerland, 2012. — 273 p.: [сайт] — URL: https://ibeton.epfl.ch/Publications/Theses/Lips/These_EPFL_5409_Lips.pdf (дата обращения: 08.11.2025).
 - [26] Lovorovich J. S., McLean D. I. Punching Shear Behaviour of Slabs with Varying Span-Depth Ratios // ACI Structural Journal. — 1990. — Vol. 87. — Iss. 5. — P. 507–512: [сайт] — URL: <https://www.concrete.org/publications/internationalconcreteabstractsportal.aspx?m=details&ID=2616> (дата обращения: 08.11.2025). — URL: <https://doi.org/10.14359/2616>
 - [27] Moe J. Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads. Bulletin D47. Portland Cement Association. Skokie, 1961. — 135 p.
 - [28] Mortin J. D., Ghali A. Connection of flat plates to edge columns // ACI Structural Journal. — 1991. — № 88. — P. 191–198: [сайт] — URL: <http://doi.org/10.14359/2683> (дата обращения: 08.11.2025).

2 Элементы Списка использованной литературы: 8, 10, 12, 20, 23, 27, 29, 30, 32 находятся в распоряжении авторов без возможности указать действующий URL.

- [29] Nylander H., Ingvarsson H., Kinnunen S. Genomstansning av pelarunderstött plattbrod av betong med spänd och ospänderarmering. — Institutionen för Byggnadsstatik, Kunglia Tekniska Högskolan, 1977. — 56 p.
- [30] Regan P.E., Walker P.R., Zakaria K.A.A. Tests of reinforced concrete flat slabs. — CIRIA Project RP, 220 (1979). — 171 p.
- [31] Sherif A.G. Behavior of reinforced concrete flat slabs. Ph. D. thesis, University of Calgary. — Calgary, Canada, 1996. — 425 p.
- [32] Stamenkovic A. Local Strength of Flat Slabs At Column Heads: Ph. D. thesis, Imperial College London. — London, United Kingdom, 1970.
- [33] Sudarsana I.K. Punching shear in edge and corner column slab connections of flat plate structures: Ph. D. thesis, University of Ottawa. — Ottawa, Canada, 2001. — 254 p.
- [34] Tassinari L. Poinçonnement non symétrique des dalles en béton armé: Ph. D. thesis, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne. — Lausanne, Switzerland, 2011. — 197 p.: [сайт] — URL: https://ibeton.epfl.ch/Publications/Theses/Tassinari/These_5030_Tassinari.pdf (дата обращения: 08.11.2025).
- [35] Vocke H. Zum Durchstanzen von Flachdecken im Bereich von Rand- und Eckstützen Von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Dissertation. — Institut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart, 2002. — 228 p.: [сайт] — URL: <https://elib.uni-stuttgart.de/server/api/core/bitstreams/5fcd5384-62a6-4e1a-8a68-029eca75eac2/content> (дата обращения: 08.11.2025).
- [36] Walker P.R., Regan P.E. Corner Column-Slab Connections in Concrete Flat Plates // J. of Structural Engineering. — 1987. — Vol. 113. — Iss. 4. — P. 704–720: [сайт] — URL: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1987\)113:4\(704\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1987)113:4(704)) (дата обращения: 08.11.2025).
- [37] Zaghlool E.R. F., de Paiva H.A. R., Glockner P.G. Tests of reinforced concrete flat plate floors // J. of the Structural Division. — 1970. — Vol. 96. — Iss. 3. — P. 487–507: [сайт] — URL: <https://doi.org/10.1061/JSDAEG.0002527> (дата обращения: 08.11.2025).
- References**
- [1] Bolgov A.N. Rabota uzlov sopryazheniya kolonn iz vysokoprochnogo betona s perekrytiem v monolitnyh zdaniyah s ramno-svyazevoj sistemoy: dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.23.01. — M., 2005. — 152 s.
- [2] Budarin A.M., Ushakov O.Yu., Sabitov L.S. i dr. Metodika rascheta plit na prodavlivanie, postroennaya s ispol'zovaniem regressionnogo analiza // Vestn. MGSU. — 2025. — № 20. — S. 867–887: [сайт] — URL: <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2025.6.867-887> (дата обращения: 08.11.2025).
- [3] Galyautdinov Z. Sh. Vliyaniye konstruktivnykh parametrov uzla sopryazheniya plity i kolonny na prochnost' zhelezobetonnykh plit pri prodavlivanii: dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.23.01. — Kazan', 2022. — 208 s.
- [4] Zalesov A.S., Chistyakov E.A., Mahno A.S. Nauchno-tekhnicheskij otchet po teme: «Razrabotka metodiki rascheta i konstruirovaniya monolitnykh zhelezobetonnykh bezbalochnykh perekrytij, fundamentnykh plit i rostverkov na prodavlivanie». — M.: GUP NII ZHB, 2002. — 55 s.: [сайт] — URL: <http://www.stroiznania.ru/data/documents/Zalesov-A.S.-NTO-po-raschetu-monolitnyh-ZhB-perekrytij-na-prodavlivanie-2002.pdf> (дата обращения: 08.11.2025).
- [5] Kodysh E.N., Nikitin I.K., Trekin N.N. Raschet zhelezobetonnykh konstrukcij iz tyazhelogo betona po prochnosti, treshchinostojkosti i deformacijam. — M.: Izd-vo ASV, 2011. — 356 s.
- [6] Korovin N.N., Golubev A.Yu. Prodavlivanie tolstykh zhelezobetonnykh plit // Beton i zhelezobeton. — 1989. — № 11. — S. 20–23.
- [7] Sokurov A.Z. Prodavlivanie ploskikh zhelezobetonnykh plit, usilennykh poperechnoj armaturoj: dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.23.01. — M., 2015. — 155 s.
- [8] Andersson J.L. Punching of slabs supported on columns at free edges // Nordisk Betong. — 1966. — № 2. — P. 179–200.
- [9] Andrä H.P., Dilger W.H., Ghali A. Durchstanzbewehrung für Flachdecken // Beton- und Stahlbetonbau. — 1979. — № 74. — P. 129–132: [сайт] — URL: <https://doi.org/10.1002/best.197900230> (дата обращения: 08.11.2025).
- [10] Anis N.N. Shear strength of reinforced concrete flat slabs without shear reinforcement: Ph. D. thesis, University of London. — London, United Kingdom, 1970. — 265 p.
- [11] Bazant P.Z., Pfeiffer A.P. Determination of Fracture Energy from Size Effect and Brittleness Number // ACI Materials journal. — 1987. — № 84. — P. 463–480: [сайт] — URL: <http://www.civil.northwestern.edu/people/bazant/PDFs/Papers/226.pdf> (дата обращения: 08.11.2025).
- [12] Brändli W., Müller F., Thürlimann B. Durchstanzen von Flachdecken bei Rand- und Eckstützen. Bericht Nr. 7305–4. Institut für Baustatik und Konstruktion, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich (ETHZ). — Zürich, 1982. — 145 p.
- [13] de Pina Ferreira M., Oliveira M.H., Melo G.S. Tests on the punching resistance of flat slabs with unbalanced moments // Engineering Structures. — 2019. — № 196. — P. 1–13: [сайт] — URL: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109311> (дата обращения: 08.11.2025).
- [14] Dilger W., Birkle G., Mitchell D. Effect of Flexural Reinforcement on Punching Shear Resistance // American Concrete Institute. — Oct. 2005. — Vol. 232. — P. 57–74: [сайт] — URL: <https://scispace.com/papers/effect-of-flexural-reinforcement-on-punching-shear-6m5q08y5fc> (дата обращения: 08.11.2025). — DOI: 10.14359/14936
- [15] Donmez A., Bazant P.Z. Size Effect on Punching Strength of Reinforced Concrete Slabs with and without Shear Reinforcement // No. 81. Punching shear of structural concrete slabs. Technical Report. — P. 23–35: [сайт] — URL: <http://doi.org/10.35789/fib.BULL.0081.Ch02> (дата обращения: 08.11.2025).
- [16] Einpaul J. Punching strength of continuous flat slabs: Ph. D. thesis, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne. — Lausanne, Switzerland, 2016. — 209 p.: [сайт] — URL: https://ibeton.epfl.ch/Publications/Theses/Einpaul/These_EPFL_6928_Einpaul.pdf (дата обращения: 08.11.2025).
- [17] Einpaul J., Bujnak J., Fernández Ruiz M., Muttoni A. Study on Influence of Column Size and Slab Slenderness on Punching Strength // ACI Structural Journal. — 2016. — № 113. — P. 135–145. — DOI: 10.14359/51687945
- [18] Eistner R.C., Hognestad E. Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs // J. of the American Concrete Institute. — 1956. — Vol. 53. — P. 29–58: [сайт] — URL: <http://doi.org/10.14359/11501> (дата обращения: 08.11.2025).

- [19] Hammil N., Ghali A. Punching shear resistance of corner slab-column connections // *ACI Structural Journal*. — 1994. — Vol. 91. — Iss. 6. — P. 697–707: [сайт] — URL: <https://www.concrete.org/publications/internationalconcreteabstractsportal.aspx?m=details&ID=1502> (data obrashcheniya: 08.11.2025). — URL: <http://doi.org/10.14359/1502> (data obrashcheniya: 08.11.2025).
- [20] Hanson N. W., Hanson J. M. Shear and Moment Transfer between Concrete Slabs and Columns // *The Portland Cement Association*. — 1968. — № 10. — P. 2–16.
- [21] Hawkins N. M., Bao A., Yamazaki J. Moment Transfer from Concrete Slabs to Columns // *ACI Structural Journal*. — 1989. — № 86. — P. 705–716. — DOI: 10.14359/2752
- [22] Hegger J., Tuchlinski D. Zum Durchstanzen von Flachdecken — Einfluß der Momenten-Querkraft Interaktion und der Vorspannung // *Beton- und Stahlbetonbau*. — 2006. — № 101. — P. 742–752: [сайт] — URL: <https://doi.org/10.1002/best.200600508> (data obrashcheniya: 08.11.2025).
- [23] Ingvarsson H. Experimentellt studium av betongplattor understödda av hörnpelare Institutionen för Byggnadsstatik. — Stockholm: Meddelande (Vol. 111). Meddelande. Kunglia Tekniska Högskolan, 1974. — 28 p.
- [24] Kruger G. Résistance au poinçonnement excentré des planchers-dalles. Ph. D. thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne. — Lausanne, Switzerland, 1999: [сайт] — URL: <https://ibeton.epfl.ch/publications/199x/Krueger99a.pdf> (data obrashcheniya: 08.11.2025).
- [25] Lips S. Punching of Flat Slabs with Large Amounts of Shear Reinforcement: Ph. D. thesis, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne. — Lausanne, Switzerland, 2012. — 273 p.: [сайт] — URL: https://ibeton.epfl.ch/Publications/Theses/Lips/These_EPFL_5409_Lips.pdf (data obrashcheniya: 08.11.2025).
- [26] Lovorovich J. S., McLean D. I. Punching Shear Behaviour of Slabs with Varying Span-Depth Ratios // *ACI Structural Journal*. — 1990. — Vol. 87. — Iss. 5. — P. 507–512: [сайт] — URL: <https://www.concrete.org/publications/internationalconcreteabstractsportal.aspx?m=details&ID=2616> (data obrashcheniya: 08.11.2025). — URL: <https://doi.org/10.14359/2616>
- [27] Moe J. Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads. Bulletin D47. Portland Cement Association. Skokie, 1961. — 135 p.
- [28] Mortin J. D., Ghali A. Connection of flat plates to edge columns // *ACI Structural Journal*. — 1991. — № 88. — P. 191–198: [сайт] — URL: <https://doi.org/10.14359/2683> (data obrashcheniya: 08.11.2025).
- [29] Nylander H., Ingvarsson H., Kinnunen S. Genomstansning av pelarunderstödd plattbrod av betong med spänd och ospänderarmering. — Institutionen för Byggnadsstatik, Kunglia Tekniska Högskolan, 1977. — 56 p.
- [30] Regan P. E., Walker P. R., Zakaria K. A. A. Tests of reinforced concrete flat slabs. — CIRIA Project RP, 220 (1979). — 171 p.
- [31] Sherif A. G. Behavior of reinforced concrete flat slabs. Ph. D. thesis, University of Calgary. — Calgary, Canada, 1996. — 425 p.
- [32] Stamenkovic A. Local Strength of Flat Slabs At Column Heads: Ph. D. thesis, Imperial College London. — London, United Kingdom, 1970.
- [33] Sudarsana I. K. Punching shear in edge and corner column slab connections of flat plate structures: Ph. D. thesis, University of Ottawa. — Ottawa, Canada, 2001. — 254 p.
- [34] Tassinari L. Poinçonnement non symétrique des dalles en béton armé: Ph. D. thesis, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne. — Lausanne, Switzerland, 2011. — 197 p.: [сайт] — URL: https://ibeton.epfl.ch/Publications/Theses/Tassinari/These_5030_Tassinari.pdf (data obrashcheniya: 08.11.2025).
- [35] Vocke H. Zum Durchstanzen von Flachdecken im Bereich von Rand- und Eckstützen Von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Dissertation. — Institut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart, 2002. — 228 p.: [сайт] — URL: <https://elib.uni-stuttgart.de/server/api/core/bitstreams/5fcd5384-62a6-4e1a-8a68-029eca75eac2/content> (data obrashcheniya: 08.11.2025).
- [36] Walker P. R., Regan P. E. Corner Column-Slab Connections in Concrete Flat Plates // *J. of Structural Engineering*. — 1987. — Vol. 113. — Iss. 4. — P. 704–720: [сайт] — URL: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1987\)113:4\(704\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1987)113:4(704)) (data obrashcheniya: 08.11.2025).
- [37] Zaghlool E. R. F., de Paiva H. A. R., Glockner P. G. Tests of reinforced concrete flat plate floors // *J. of the Structural Division*. — 1970. — Vol. 96. — Iss. 3. — P. 487–507: [сайт] — URL: <https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0002527> (data obrashcheniya: 08.11.2025).

Статья поступила в редакцию 27.09.2025.

Опубликована 30.12.2025.

Бударин Александр Михайлович

главный специалист, Институт Гидропроект, Москва, Российская Федерация
e-mail: alex.budarin01@gmail.com

Budarin Alexander M.

Chief specialist, Hydroproject Institute, Moscow, Russian Federation
e-mail: alex.budarin01@gmail.com

Рагозин Георгий Алексеевич

аспирант, Уральский федеральный университет (УрФУ), Институт строительства и архитектуры, Екатеринбург, Российская Федерация
e-mail: g.ragozin1@gmail.com

Ragozin Georgii A.

Postgraduate student, Ural Federal University (UrFU), Institute of Construction and Architecture, Yekaterinburg, Russian Federation
e-mail: g.ragozin1@gmail.com

Алехин Владимир Николаевич

кандидат технических наук, заведующий кафедрой, Уральский федеральный университет (УрФУ) им. первого Президента России Б. Н. Ельцина, Екатеринбург, Российская Федерация
e-mail: referetsf@yandex.ru

Alekhin Vladimir N.

Candidate of Technical Sciences, Professor, Ural Federal University named after the first President of Russia B. N. Yeltsin, Yekaterinburg, Russian Federation
e-mail: referetsf@yandex.ru